

Zadania z Analizy Matematycznej I.1 - seria IV

Zadanie 1. Policzyc granice ponizszych ciagow:

- $\sqrt[n]{18^n + 7^n + 19^n}$
- $\sqrt[n]{n^7 + 13n^6 + 9n^5 + 8n^4 + 3n^3 + 1}$
- $\sqrt[n]{3^n - 2^n}$

Zadanie 2. Niech $(a_n)_{n \geq 0}$ bedzie ciagiem liczb rzeczywistych zbieznym do 1 i $a_n \neq 1$ dla $n \geq 1$. Znajdz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + a_n^2 + \dots + a_n^{2013} - 2013}{a_n - 1}.$$

Zadanie 3. Zbadac monotonicznosc ciagu o wyrazach

1. $a_n = \frac{n!}{(2n+1)!!}, n \geq 1$
2. $b_n = \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!}, n \geq 1$.

i obliczyc jego granice (jezeli istnieje).

Zadanie 4. 1. Pokazac, ze nie istnieje granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin n$$

2. Czy istnieje taka α - dowolna liczba wymierna, ze istnieje granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n! \alpha \pi)?$$

3. Czy istnieje taka α - dowolna liczba wymierna, ze istnieje granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n \alpha \pi)?$$

Zadanie 5. Ciagi $\{a_n\}$ i $\{b_n\}$ okreslamy w nastepujacy sposob:

$$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = b \\ b_{n+1} = \frac{a_{n+1} + b_n}{2} \end{cases}$$

Pokazac, ze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.