

# Zadania z Analizy Matematycznej I.1- seria VI

26 listopada 2013

**Zadanie 0.** Mając daną sumę częściową  $S_n$  szeregu znaleźć ogólny wyraz szeregu oraz jego sumę:

a)  $S_n = \frac{n+1}{n}$

b)  $S_n = \frac{2^n - 1}{2^n}$

c)  $S_n = \frac{(-1)^n}{n}$

**Zadanie 1.** Zbadać zbieżność szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ .

**Zadanie 2.** Wyznaczyć sumę szeregów:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n - \cos(n\pi))^2}{5^{n-1}}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+2)^2}$

**Zadanie 3.** Rozstrzygnąć czy następujące szeregi są zbieżne:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{(-1)^n n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\sin \frac{1}{n}\right)$

d)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$

f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

g)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^2)$

h)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{n}$

i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+1/n}}$

j)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$

k)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+\ln^2 n}$

l)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

**Zadanie 4.** Zbadać zbieżność szeregów

a)  $\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}} + \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} + \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}} + \dots$

b)  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \dots$

**Zadanie 6.** Zbadać zbieżność szeregów

a)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$

b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln(\ln n)}}$

**Zadanie 7.** Dla dowolnego  $\epsilon > 0$  zbadać zbieżność ciągu  $\frac{\ln n}{n^\epsilon}$

**Zadanie 8.** Dla  $\alpha > 1$  zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^\alpha}.$$