

SERIA 11

Zadanie 1. Dla x należących do zbioru zbieżności podanych szeregów, znajdź sumę szeregu

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$,
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$,
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$.

Zadanie 2. Napisać szereg Taylora w otoczeniu zera dla funkcji :

- (1) $f(x) = \frac{1}{1-5x+6x^2}$, $x_0 = 0$, $x \in (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$,
- (2) $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$, $x_0 = 0$, $x \in (-1, 1)$,
- (3) $f(x) = x \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$

Zadanie 3. Napisać szereg Taylora w otoczeniu punktu $x = 1$ dla funkcji:

- (1) $f(x) = (x+1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$,
- (2) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$, $x \neq 0$.

Zadanie 4. Obliczyć sumy szeregów

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}$,
- (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n(n+1)}{n!}$.