

SERIA 3

Zadanie 1. Oblicz pochodne następujących funkcji:

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \frac{2x^4}{9-x^2} & \text{(b)} \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}} & \text{(c)} 4 \cos^5\left(\frac{1}{4}x^3\right) & \text{(d)} \frac{x}{4^x} \\ \text{(e)} x^x & \text{(f)} \sin x^{\cos x} & \text{(g)} \log_x(\cos x + 1) & \text{(h)} \arctg\left(x + \log_5 \frac{1}{2x^3}\right). \end{array}$$

Zadanie 2. Obliczyć pochodną funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0. \end{cases}$$

Czy f' jest ciągłą na \mathbb{R} ?

Zadanie 3. Obliczyć $f^{(n)}(x)$, jeśli $f(x) = \sin^2 x$

Zadanie 4. Niech $y = f(x)$ będzie różniczkowalna czterokrotnie. Wyznaczyć pochodne do czwartego rzędu funkcji odwrotnej zakładając, że pochodne te istnieją.

Zadanie 5. Niech $f: (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x \in (0, 2) \cap \mathbb{Q} \\ 2x - 1 & \text{dla } x \in (0, 2) \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

- (1) Wykazać, że f jest różniczkowalna w punkcie $x_0 = 1$ oraz, że $f'(1) \neq 0$.
- (2) Wykazać, że f jest odwracalna
- (3) Zbadać czy funkcja odwrotna do f jest różniczkowalna w $y_0 = f(1)$.