Praca domowa VII - Analiza Matematyczna I.1

Zadanie 1. Zbadać zbieżność następujących szeregów w zależności od parametru α:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{a}-1\right)^{\alpha}$, $a>1$,

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n}-1\right)^{\alpha}$.

Zadanie 2. Udowodnić, że jeśli $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ wówczas

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1\right)$$

jest rozbieżny.

Zadanie 3. Zbadać zbieżność szeregów (podpunkt b) w zależności od parametru α)

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^5}}$,

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(\ln n)^{\ln n}}{n^{\alpha}}$.

Zadanie 1*. Zbadać zbieżność szeregu w zależności od parametru α:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} - e\right)^{\alpha}.$$

Zadanie 2*. Podać przykład ciągu o wyrazach dodatnich takiego, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \frac{1}{2},\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^4 = \frac{1}{5}.$$

Zadanie 3*. Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left\lfloor \frac{n+2^k}{2^{k+1}} \right\rfloor$$

przy dowolnie ustalonym $n \in \mathbb{N}$.